PART4 いろいろな因数分解

要点 ① おき換えによる因数分解

式の一部を 1 つのかたまりと見なし，おき換えを行うことで，因数分解の公式が利用できる場合がある。

例 $(x+y)^2+4(x+y)+3$ の因数分解

$x+y=X$ とおくと

$(x+y)^2+4(x+y)+3=$

x^4+2x^2-3 の因数分解

$x^4+2x^2-3=\qquad+2x^2-3$ より，$x^2=X$ とおくと

$x^4+2x^2-3=$

要点 ② 1 文字整理

複数の文字を含む式の因数分解は，1 つの文字に　　　して整理する。

例 $xy+x+y+1$ の因数分解

x に着目して因数分解すると

$xy+x+y+1=$

y に着目して因数分解すると

$xy+x+y+1=$

着目する文字によって次数が異なる場合は，最も次数が「　　　」文字に着目するとよい。

例 $x^2+xy+3x+y+2$ の因数分解

x に着目すると

……　次式

y に着目すると

……　次式

よって，　に着目して因数分解すると

$x^2+xy+3x+y+2$

$=(x+1)y+x^2+3x+2$

$=(x+1)y$

4 (1) 次の式を因数分解せよ。

(i) $(x-y)^2-4(x-y)-12$　　(ii) x^4+3x^2-28

(2) 次の式を因数分解せよ。

(i) $ab-a+2b-2$　　(ii) $x^2+xy+x+2y-2$

Point Pickup

おき換えによる因数分解

式の一部を1つのかたまりと見なし，ある文字でおき換えることで

① 「　　　　　　　」としてくくり出す

② 「　　　」を利用する

ことにより，因数分解ができる場合がある。

ax^4+bx^2+c の形の式(複2次式)は，$x^4=$ 　　　であることから，　　$=X$ とおき換えることで，X の2次式となる。

1文字整理

2つ以上の文字を含む式で，すぐに公式を利用できない式の場合は，1つの文字に「　　　」して整理し，因数分解を試みる。

着目する文字によって次数が異なる場合は，最も次数が「　　　」文字に着目するとよい。

第 2 講　PART4 確認問題

次の式を因数分解せよ。

1　$(x+y)^2+3(x+y)-10$

$=\left(x+y-\boxed{ア}\right)\left(x+y+\boxed{イ}\right)$

2　$x^4-4x^2-45=\left(x^2+\boxed{ウ}\right)\left(x+\boxed{エ}\right)\left(x-\boxed{オ}\right)$

3　$ab+3a+2b+6=\left(a+\boxed{カ}\right)\left(b+\boxed{キ}\right)$

4　$x^2+xy+x+3y-6=\left(x+\boxed{ク}\right)\left(x+y-\boxed{ケ}\right)$

PART4 いろいろな因数分解

4 (1) 次の式を因数分解せよ。

(i) $(x-y)^2-4(x-y)-12$　　(ii) x^4+3x^2-28

(2) 次の式を因数分解せよ。

(i) $ab-a+2b-2$　　(ii) $x^2+xy+x+2y-2$

[解答]

(1)(i) $x-y=X$ とおくと

$$\begin{aligned}(x-y)^2-4(x-y)-12 &= X^2-4X-12\\ &=(X-6)(X+2)\\ &=(x-y-6)(x-y+2)\end{aligned}$$

(ii) $x^2=X$ とおくと

$$\begin{aligned}x^4+3x^2-28 &= (x^2)^2+3x^2-28\\ &= X^2+3X-28\\ &=(X+7)(X-4)\\ &=(x^2+7)(x^2-4)\\ &=(x^2+7)(x+2)(x-2)\end{aligned}$$

(2)(i) a に着目して

$$\begin{aligned}ab-a+2b-2 &= (b-1)a+2b-2\\ &=(b-1)a+2(b-1)\\ &=(b-1)(a+2)\\ &=(a+2)(b-1)\end{aligned}$$

(ii) y に着目して

$$\begin{aligned}x^2+xy+x+2y-2 &= (x+2)y+x^2+x-2\\ &=(x+2)y+(x+2)(x-1)\\ &=(x+2)(y+x-1)\\ &=(x+2)(x+y-1)\end{aligned}$$

第 2 講　PART4 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：5

[解説]

$x+y=A$ とおくと，

$(\boxed{x+y})^2+3(\boxed{x+y})-10$

$=A^2+3A-10$ [A]

$=(A-2)(A+5)$

$=\boldsymbol{(x+y-2)(x+y+5)}$

[A]　同じ式を 1 つのかたまりと見なし，文字で置き換える。

2

[正解] ウ：5，エ：3，オ：3

[解説]

$x^2=X$ とおくと，

$x^4-4x^2-45=X^2-4X-45$ [B]

$=(X+5)(X-9)$

$=(x^2+5)(x^2-9)$

$=\boldsymbol{(x^2+5)(x+3)(x-3)}$

[B]　$x^4=(x^2)^2=X^2$ となり，置き換えにより，X の 2 次式となる。

3

[正解] カ：2，キ：3

[解説]

$ab+3a+2b+6$

$=(\boxed{b+3})a+2(\boxed{b+3})$ [C]

共通因数

$=(b+3)(a+2)$

$=\boldsymbol{(a+2)(b+3)}$

[C]　a について整理する。

4 [正解] ク：3，ケ：2

[解説]

$x^2+xy+x+3y-6$

$=(x+3)y+\underline{x^2+x-6}$ [D]

$=(x+3)y+\underline{(x+3)(x-2)}$

$=(x+3)(y+x-2)$ [E]

$=\boldsymbol{(x+3)(x+y-2)}$

[D]　x は 2 次，y は 1 次だから，次数が低い方の y について整理する。

[E]　$x+3$ が共通因数となる。